

István Szabó

Geschichte
der mechanischen Prinzipien

und ihrer wichtigsten Anwendungen

Zweite, neubearbeitete und erweiterte Auflage



Springer Basel AG

CIP-Kurztitelaufnahme der Deutschen Bibliothek

Szabó, István:

Geschichte der mechanischen Prinzipien und
ihrer wichtigsten Anwendungen / István Szabó.

– 2., neubearb. u. erw. Aufl. – Basel, Boston,

Stuttgart: Birkhäuser, 1979.

(Wissenschaft und Kultur; Bd. 32)

ISBN 978-3-0348-5302-6

Nachdruck verboten. Alle Rechte, insbesondere
das der Übersetzung in fremde Sprachen und
der Reproduktion auf photostatischem Wege
oder durch Mikrofilm, vorbehalten.

© Springer Basel AG 1977, 1979

Ursprünglich erschienen bei Birkhäuser Verlag Basel 1977, 1979

Softcover reprint of the hardcover 2nd edition 1979

ISBN 978-3-0348-5302-6 ISBN 978-3-0348-5301-9 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-0348-5301-9

Buchgestaltung: Albert Gomm swb/asg, Basel

Reproduktionen: Marcel Jenni, Basel

Gedruckt mit Unterstützung
der Stiftung Volkswagenwerk Hannover

Inhaltsverzeichnis

Vorwort zur ersten Auflage	XIII
Vorwort zur zweiten Auflage	XVII

Tafeln I–XIV

Kapitel I

Die erste Fundierung der klassischen (Starrkörper-)Mechanik durch Newton, Euler und d'Alembert	1
A Die Starrkörpermechanik in Newtons <i>Principia</i>	3
1 Einleitende Bemerkungen	3
2 Die Newtonschen Bewegungsgesetze	7
3 Die geometrische Methodik Newtons	8
4 Deutungen und Mißdeutungen des zweiten Newtonschen Bewegungsgesetzes	12
B Der Impuls- und Momentensatz von Leonhard Euler	19
1 Einleitende Bemerkungen	19
2 Der Impulssatz von Euler	20
3 Der Drehmomenten- oder Drallsatz	22
C Das Prinzip von d'Alembert	31
1 Jakob Bernoullis Lösung des Problems der Bestimmung des Schwingungsmittelpunktes	31
2 Daniel Bernoullis Prinzip zur Lösung der Schwingungen einer vertikal herabhängenden Kette	33
3 Das d'Alembertsche Prinzip in seiner ursprünglichen Fassung	35
4 Die Lagrangesche Fassung des d'Alembertschen Prinzips	39
5 Kritische Bemerkungen zu dem d'Alembertschen Prinzip	40
6 Ein Beispiel zum d'Alembertschen Prinzip	41

Kapitel II

Streitfragen und die Weiterentwicklung der mechanischen Prinzipien vom 17. bis ins 19. Jahrhundert	45
A Der philosophische Streit um «das wahre Kraftmaß» im 17. und 18. Jahrhundert	47
1 Einleitende Bemerkungen	47
2 Die Anfänge der Mechanik; Galileis <i>Discorsi</i>	47
3 Mechanische Vorstellungen und Prinzipien von Descartes	56
4 «Bewegungsgröße» und «Kraft» bei Descartes	60
5 Das Kräftemaß von Leibniz; seine «lebendige und tote Kraft»; der Streit um «das wahre Kraftmaß»	62

6	Daniel Bernoullis <i>Examen principiorum mechanicae</i> und d'Alemberts <i>Traité de dynamique</i>	71
7	Das Prinzip der Erhaltung der lebendigen Kräfte	72
8	Immanuel Kants Streitschrift <i>Von der wahren Schätzung der lebendigen Kräfte</i>	75
9	Ein Nachtrag	79
B	Der Prioritätsstreit um das Prinzip der kleinsten Aktion an der Berliner Akademie im 18. Jahrhundert	86
1	Einleitende Bemerkungen	86
2	Die Gründung der Académie Royale des Sciences et Belles Lettres durch Friedrich den Großen	86
3	Maupertuis als Organisator und erster Präsident der Berliner Akademie	89
4	Maupertuis' Prinzip der kleinsten Aktion («Principe de la moindre action»)	92
5	Johann Samuel Koenig und seine Kontroverse mit Maupertuis	94
6	Das Suchen nach allgemeinen mechanischen Prinzipien im 17. und 18. Jahrhundert	100
C	Variationsrechnung und Mechanik	108
1	Extremwerte gegebener Funktionen	108
2	Variationsprobleme	110
3	Isoperimetrische Probleme der Variationsrechnung	116
4	Die formal-mathematische Vollendung der Variationsrechnung durch Lagrange	119
5	Zwei Variationsprobleme der neueren Zeit	120
6	Anwendungen der Variationsrechnung auf Probleme der Mechanik	122
7	Anwendungen der Variationsrechnung zur näherungsweise Lösung von Differentialgleichungen (Verfahren von Rayleigh-Ritz)	124
D	Die Variationsprinzipien der Mechanik aus dem 18. und 19. Jahrhundert	128
1	Einleitende Bemerkungen	128
2	Das Lagrangesche Prinzip der kleinsten Wirkung	128
3	Die Lagrangeschen Bewegungsgleichungen	130
4	Die Bewegung einer Peitsche als Beispiel zu den Lagrangeschen Gleichungen	131
5	Das Hamiltonsche Prinzip	134
6	Die Prinzipien von Gauß und Hertz	136
7	Abschließende Bemerkungen zu den mechanischen Prinzipien	137
	Kapitel III	
	Geschichte der Mechanik der Fluide	141
A	Die Anfänge der Hydromechanik	143
1	Einleitende Bemerkungen	143
2	Archimedes	143
3	Simon Stevin	146

	4	Blaise Pascal	151
	5	Isaac Newton	152
B		Über die sogenannte Bernoullische Gleichung der Hydromechanik; die Stromfadentheorie Daniel und Johann Bernoullis	157
	1	Einleitende Bemerkungen	157
	2	Die <i>Hydrodynamica</i> von Daniel Bernoulli	159
	3	Die Grundprinzipien der <i>Hydrodynamica</i>	160
	4	Die Druck-Geschwindigkeits-Formel der <i>Hydrodynamica</i>	162
	5	Lob und Kritik an der <i>Hydrodynamica</i> ; Prioritätsfragen	165
	6	Zur Entstehung der <i>Hydraulica</i> Johann Bernoullis	171
	7	Vorwort und Grundprinzipien der <i>Hydraulica</i> von Johann Bernoulli	172
	8	Der erste Teil der <i>Hydraulica</i>	175
	9	Der zweite Teil der <i>Hydraulica</i>	181
	10	Johann Bernoullis Berechnung des Flüssigkeitsdruckes auf die Gefäßwände	185
	11	Anwendung des Prinzips der lebendigen Kräfte in der <i>Hydraulica</i> ..	188
	12	Die zeitgenössischen Reaktionen auf die <i>Hydraulica</i>	190
	13	Abschnitt X der <i>Hydrodynamica</i> : die elastischen Flüssigkeiten	193
C		Die Anfänge der äußeren Ballistik	199
	1	Einleitende Bemerkungen	199
	2	Nicolò Tartaglia	199
	3	Galileo Galilei, Isaac Newton, Christiaan Huygens und Johann Bernoulli	207
	4	Benjamin Robins und Leonhard Euler	211
	5	Johann Heinrich Lambert	220
	6	Schlußbemerkungen	224
D		Der weitere Ausbau der Hydromechanik durch Clairaut, d'Alembert und Euler	225
	1	Einleitende Bemerkungen; die Theorie der Erdgestalt von Huygens und Newton	225
	2	Die mathematische Grundlegung der Hydrostatik durch Clairaut ..	227
	3	D'Alemberts Beiträge zur Hydrodynamik	232
	4	Eulers Theorie des Flüssigkeitswiderstandes	243
E		Die Vollendung der klassischen Hydromechanik durch Leonhard Euler ..	246
	1	Einleitende Bemerkungen	246
	2	Die <i>Scientia navalis</i> und die Hydrostatik Eulers	249
	3	Die Eulerschen Bewegungsgleichungen der Fluide	253
F		Geschichte der Theorie der zähen Flüssigkeiten	258
	1	Einleitende Bemerkungen	258
	2	Naviers Bewegungsgleichungen zäher Flüssigkeiten	260
	3	Saint-Venants Beschreibung des Spannungszustandes in einer zähen Flüssigkeit	263
	4	Die Theorie zäher Flüssigkeiten von Stokes	267
	5	Über Lösungen der Navier-Stokesschen Bewegungsgleichungen ...	272

G	Geschichte der Gasdynamik	281
1	Einleitende Bemerkungen	281
2	Der Schall und seine Fortpflanzungsgeschwindigkeit	281
3	Das Ausströmen von Gasen durch enge Öffnungen	286
4	Das Ineinandergreifen von Gas- und Thermodynamik	288
5	Näherungslösungen eindimensionaler Gasströmungen; Schallwellen und Verdichtungsstoß	292
6	Bernhard Riemanns Lösung der eindimensionalen Luftwellen end- licher Schwingungsweite	296
7	Ernst Machs experimentelle Beiträge zur Gasdynamik	302
8	Bemerkungen über die weitere Entwicklung der Gasdynamik bis zum Beginn des 20. Jahrhunderts	308
9	Richard Beckers <i>Stoßwelle und Detonation</i>	309
10	Abschließende Bemerkungen	314
	 Kapitel IV	
	Geschichte der linearen Elastizitätstheorie homogener und isotroper Materialien	315
A	Geschichte der Theorie der schwingenden Saite	317
1	Einleitende Bemerkungen	317
2	Die Anfänge der Erforschung der Saitenschwingung durch Mer- senne, Saveur und Newton	317
3	Brook Taylors Theorie der Saitenschwingung	318
4	Johann Bernoullis Behandlung der Theorie der schwingenden Saite	326
5	D'Alemberts Beiträge zur Theorie der schwingenden Saite	328
6	Eulers Lösung des Problems der schwingenden Saite und seine Kontroverse mit d'Alembert	333
7	Daniel Bernoullis Beiträge zur Lösung des Problems der schwingen- den Saite	339
8	Eulers Einwände gegen die Theorie Daniel Bernoullis	343
9	Lagranges Beiträge zur Theorie der schwingenden Saite	346
10	Abschließende Bemerkungen	350
B	Die Balkentheorie im 17. und 18. Jahrhundert	351
1	Galileis Festigkeitstheorie	351
2	Das Federgesetz von Robert Hooke	355
3	Die Behandlung der Balkenbiegung durch Mariotte und Leibniz	360
4	Das Balkentheorem von Jakob Bernoulli	363
5	Die Bruchtheorie der Balkenbiegung von Parent und Varignon	372
6	Die Behandlung der elastischen Linie der Balkenbiegung durch Leonhard Euler	375
7	Das erste Auftreten des Elastizitätsmoduls bei Euler	377
8	Die Behandlung transversal schwingender Stäbe durch Euler	382
9	Die Vollendung der Balkenstatik durch Ch. A. Coulomb	385
C	Die Vollendung der Balkentheorie durch Navier und die Einführung des Spannungstensors durch Cauchy	390

1	Der Elastizitätsmodul von Thomas Young	390
2	Naviers Balkentheorie und die Einführung des Elastizitätsmoduls im heutigen Sinne	391
3	Die Vollendung der klassischen Elastizitätstheorie durch A. L. Cauchy	393
D	Geschichte der Plattentheorie	403
1	Einleitende Bemerkungen	403
2	Die Akustik von Ernst Florens Friedrich Chladni	404
3	Die Plattentheorie von Jakob II Bernoulli	407
4	Chladnis Aufenthalt in Paris und das Preisausschreiben der Französischen Akademie der Wissenschaften für die Aufstellung einer Plattentheorie	410
5	Die Plattentheorie von Sophie Germain	410
6	Die Plattentheorie von Kirchhoff	415
7	Schlußbemerkungen zur Plattentheorie	424
8	Bemerkungen zur Weiterentwicklung der klassischen Elastizitätstheorie	424
Kapitel V		
Geschichte der Stoßtheorie		425
A	Die Anfänge der Stoßtheorie	427
1	Einleitende Bemerkungen	427
2	Galileis Versuch zur Messung der Stoßkraft; seine Bemerkungen zum Stoßvorgang	427
3	Marcus Marci von Kronland	429
4	Die «Stoßgesetze» von Descartes	436
5	Die Stoßtheorien von Wallis und Wren	439
6	Die Stoßtheorie von Christiaan Huygens	446
7	Die Stoßtheorie von Euler	452
8	Ein Nachtrag	457
B	Geschichte der Theorie des elastischen Stoßes	460
1	Einleitende Bemerkungen	460
2	Die Stoßtheorie von Poisson	460
3	Mechanische Näherungstheorien	462
4	Die erste Wellentheorie des Stoßes von Daniel Bernoulli	465
5	Die Wellentheorie des Stoßes von Franz Neumann	470
6	Die Theorie der Härte von Heinrich Hertz und ihre Anwendung auf den Stoß	472
7	Experimentelle Untersuchungen des Stoßes	477
8	Neuere Arbeiten zur Wellentheorie stoßartiger Belastungen	478
9	Schlußbemerkungen	479
	Namenregister	481
	Übersicht über die in diesem Buch abgebildeten Wissenschaftler	486
	Sachregister	488

daß $\varphi(x)$ eine mit $2\pi a$ periodische Funktion sein muß, erhält EULER für die Eigenkreisfrequenz¹³⁹

$$\omega_{j-1} = \frac{cf}{2\pi a^2} j \sqrt{j^2 - 1} \quad (j = 2, 3, 4, \dots). \quad (99)$$

Seine Theorie ist wegen der zugrunde gelegten Annahme über die Deformationsrichtung verfehlt. Mit aller Bescheidenheit sagt er auch, daß sein Versuch, auf dieser Basis das Tönen der Glocken zu erklären oder gar danach Glocken zu konstruieren, bloße Hypothese ist, die ebensogut durch eine ganz andere ersetzt werden könnte¹⁴⁰.

Es vergingen über zwanzig Jahre, bis die Plattentheorie einen entscheidenden Anstoß erfuhr, und dieser erfolgte wieder von der kinetischen Seite, und zwar von der Akustik her.

2 Die Akustik von ERNST FLORENS FRIEDRICH CHLADNI

Im Jahre 1787 erschien in Leipzig ERNST FLORENS FRIEDRICH CHLADNIS Werk *Entdeckungen über die Theorie des Klanges*. Dieser geniale Physiker (Bild 174), der wohl als erster über ein so ausgedehntes Spezialgebiet der Naturwissenschaften systematisch und mit bewunderungswürdigen Einfällen experimentierte, schuf mit diesem und in den 1802 und 1817 erschienenen Werken *Die Akustik* (Bild 174) und *Neue Beiträge zur Akustik* eine neue Disziplin, in der bis dahin – neben vielen falschen Behauptungen – nur sporadische, experimentell oder theoretisch gewonnene Erkenntnisse existierten.

Dem Wunsch des Vaters entsprechend, der in Wittenberg «erster Professor der Rechte» war, schlug CHLADNI zunächst die Laufbahn eines Juristen ein. Erst nach dem Tode des Vaters konnte er sich ganz der Naturwissenschaft widmen, mit der er sich schon früher zu seinem – wie er schreibt – «Vergnügen» beschäftigt hatte. Er berichtet hierüber und über die Geschichte seiner akustischen Entdeckungen in der *Akustik* (S. XI–XVIII). Er erwähnt, daß seine Vorfahren latinisiert CHLADENIUS hießen und in Ungarn (dem Klange des Namens CHLADNI nach wohl im Norden) «Prediger und Bergoffizianten» waren. Es klingt wie eine Konfession des echten Gelehrten, wenn er schreibt (*op. cit.*, S. XI):

«Da Viele bei mündlicher Erzählung der Geschichte meiner Entdeckungen Interesse bezeigt haben; so trage ich kein Bedenken, hier auch einiges davon zu erwähnen, hauptsächlich um zu zeigen, daß Alles schlechterdings keine Folge des Zufalls, sondern eines anhaltenden Strebens gewesen ist, wobei ich zwar während des

¹³⁹ Heute wissen wir, daß die korrekte Form von (98) eine Differentialgleichung sechster Ordnung ist, und insbesondere tritt an Stelle von (99)

$$\omega_{j-1} = f \left(\frac{i}{a} \right)^2 \frac{j(j^2 - 1)}{\sqrt{j^2 + 1}},$$

wenn i der Trägheitsradius des Querschnittes ist.

¹⁴⁰ *l. c.*, S. 281.

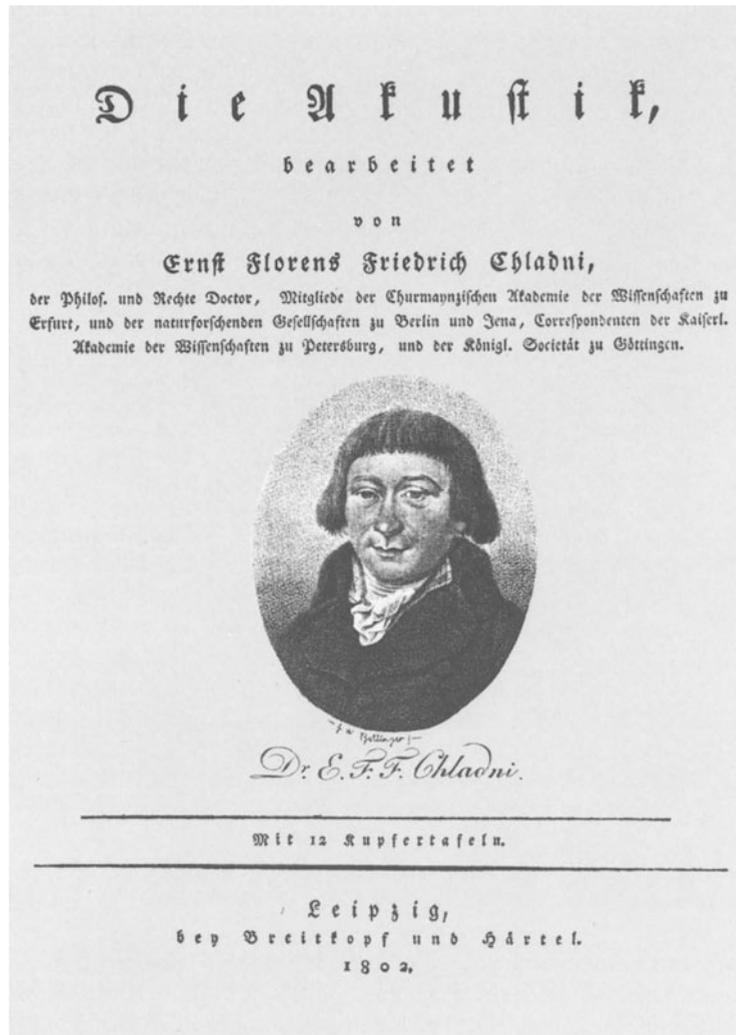


Bild 174

ERNST FLORENS FRIEDRICH CHLADNI (1756–1827)
auf dem Titelblatt seiner *Akustik*.

größten Theils meines bisherigen Lebens alle Ursache hatte, mit meinem Schicksale, und besonders mit dem gänzlichen Widerspruche zwischen den äußeren Verhältnissen und meinen Neigungen unzufrieden zu seyn, aber hernach doch gefunden habe, daß Alles gut war...»

Da CHLADNI von Hause aus nicht begütert war und nie eine feste Professur erhielt, verdiente er seinen Lebensunterhalt durch Vorträge und Erfindung von neuen Musik-

instrumenten (Euphon und Clavicylinder). Auf seinen Vortragsreisen, die ihn über weite Gebiete von Europa führten, hatte er so berühmte Zuhörer wie GOETHE (1749–1832), LICHTENBERG (1742–1799) und NAPOLEON. Am 14. März 1803 schreibt GOETHE an WILHELM VON HUMBOLDT (1767–1835):

«Doktor CHLADNI war vor einiger Zeit hier. Durch ein abermals neuerfundenes Instrument introduziert er sich bei der Welt und macht sich seine Reise bezahlt; denn bei seinen übrigen Verdiensten um die Akustik könnte er zu Hause sitzen, sich langweilen und darben. In einem Quartbande¹⁴¹ hat er diesen Teil der Physik recht brav, vollständig und gut geordnet abgehandelt...»

¹⁴¹ Das ist *Die Akustik*.

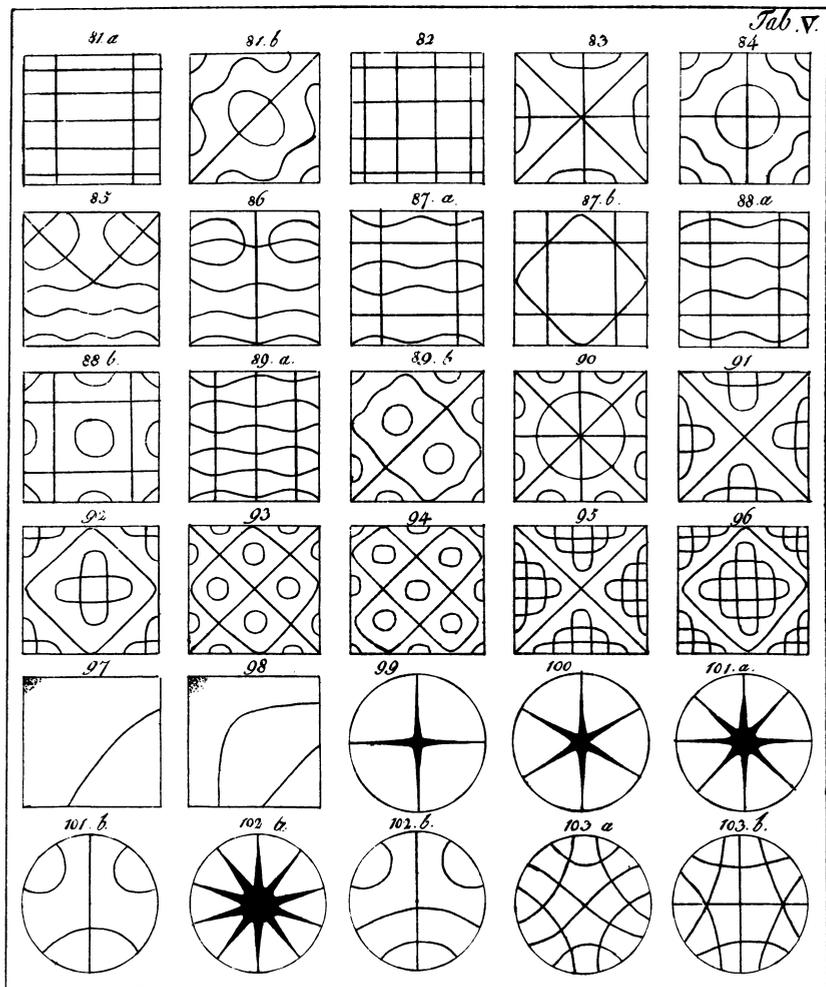


Bild 175

Tafel V aus der *Akustik*, 1787, mit «Chladnischen Klangfiguren».

«Die von ihm entdeckten Figuren, welche auf einer, mit dem Fiedelbogen gestrichenen Glastafel entstehen, habe ich die Zeit auch wieder versucht. Es läßt sich daran sehr hübsch anschaulich machen, was das einfachste Gegebene, unter wenig veränderten Bedingungen für mannigfaltige Erscheinungen hervorbringe.

Nach meiner Einsicht liegt kein ander Geheimnis hinter diesen wirklich sehr auffallenden Phänomenen.»

Durch das von GOETHE angedeutete Experiment mit dem «Fiedelbogen» und der Glasplatte werden die «Chladnischen Klangfiguren» zum Vorschein gebracht, das heißt die Schwingungen eines flächenhaften Klangkörpers sichtbar gemacht. Sie entstehen, wenn mit feinem Sand oder Pulver bestreute Glas- oder Metallplatten mit einem Geigenbogen senkrecht zur Berandungsfläche an verschiedenen Stellen¹⁴² gestrichen und dadurch zu Schwingungen angeregt werden: Es ergeben sich auf der Platte Ansammlungen bzw. leere Stellen des ausgestreuten Sandes (Bild 175). Diese entsprechen den von CHLADNI ebenfalls sichtbar gemachten Knotenlinien bzw. Schwingungsbäuchen transversalschwingender Stäbe¹⁴³. Während aber die letzteren Versuche CHLADNIS die Theorie von EULER bestätigten, gab es für die Schwingungen flächenhafter Klangkörper keine oder nur unbefriedigende Theorien¹⁴⁴.

Damit war die Anregung gegeben, hier eine Lücke zu füllen. Dieser Impuls mußte aus sprachlichen Gründen zuerst diejenigen Theoretiker erreichen, die der deutschen Sprache mächtig waren, und zu denen zählte JAKOB II BERNOULLI (1759–1789), ein Enkel des großen JOHANN I BERNOULLI. Er war Mitglied der Petersburger Akademie¹⁴⁵, und da CHLADNI seine *Entdeckungen über die Theorie des Klanges* der Petersburger Akademie «zu weiterer Untersuchung ehrerbietigst vorgelegt» hatte, wird wohl der junge BERNOULLI als einer der ersten die Anregung zur Aufstellung einer Plattentheorie empfangen haben.

3 Die Plattentheorie von JAKOB II BERNOULLI

Kaum ein Jahr nach CHLADNIS *Entdeckungen über die Theorie des Klanges* legte JAKOB II BERNOULLI (Bild 176) am 21. Oktober 1788 der Petersburger Akademie seine Plattentheorie vor. Sie hat den Titel *Essai théorétique sur les vibrations des plaques élastiques, rectangulaires et libres* und wurde in den Akademieberichten *Nova Acta Petropolitanae*, Tom. V (1789), S. 197 ff., abgedruckt.

Einleitend schreibt BERNOULLI, daß es wohl keinen Mathematiker gibt, der nach der Lektüre von CHLADNIS Abhandlung über den Schall nicht den stärksten Wunsch hätte, *a priori*, also durch eine mathematische Theorie die schönen experimentellen

¹⁴² Für die verschiedenen Arten der Klangfiguren.

¹⁴³ Es sei hier vermerkt, daß CHLADNI bei seinen Versuchen auch die longitudinalen Schwingungen von Stäben entdeckte.

¹⁴⁴ Zum Beispiel die schon erwähnte von EULER für die Glocke.

¹⁴⁵ Dieser hoffnungsvolle, begabte junge Mathematiker erkrankte – kaum dreißigjährig – beim Baden in der Newa.